Assignment
B. A./B Sc./B.Sc.(Mathematics) I Sem
Subject: Mathematics
Paper: Discrete Mathematics & Optimization Techniques

Attempt one question from each unit.

UNIT-I

1. If A, B and C are any three sets, then prove that : $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.
यदि A, B तथा C कोई तीन समुच्चय हैं , तो सिद्ध कीजिए कि , $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

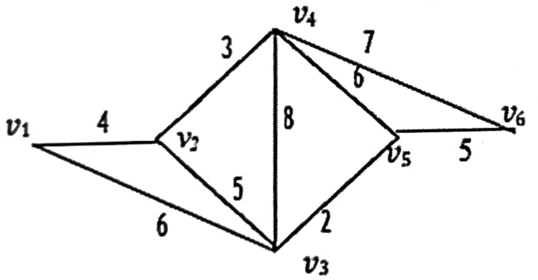
2. By means of truth table, show that : $p \to (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$.
सत्यमान सारणी की सहायता से प्रदर्शित कीजिये कि $p \to (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$.

UNIT-II

3. Solve the following recurrence relation
निम्न पुनरावृत्ति संबंध का हल ज्ञात कीजिये।
$a_r + 3a_{r-1} + 3a_{r-2} + a_{r-3} = 0; r \geq 3, a_0 = 5, a_1 = 9, a_2 = 15.$

4. Find the shortest path and shortest distance from the vertices v_1 to v_6 in the following weighted graph.

निम्नलिखित भारित ग्राफ में शिखर v_1 से v_6 तक का सबसे छोटा मार्ग और सबसे छोटी दूरी ज्ञात कीजिए।



UNIT-III

5. Prove that a connected graph has an Euler trail if and only if it has at most two vertices of odd degree.

सिद्ध कीजिए कि कोई संबद्ध ग्राफ तब और केवल तब एक ऑयलर ट्रेल (Euler Trail) रखता है जब उसमें अधिकतम दो विषम कोटि वाले शीर्ष हों।

6. Define Trivial Tree. Prove that every non trivial tree contains at least two pendant vertices.

तुच्छ वृक्ष (Trivial Tree) को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि हर अतुच्छ वृक्ष (non-trivial tree) में कम से कम दो निलंबी शीर्ष होते हैं।

Unit - IV

7. Solve the following L.P.P.

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (L.P.P.) को हल करें।

(Min.) $z = 5x_1 + 3x_2$

प्रतिबंध (s.t.) $x_1 + x_2$

$2x_1 + x_2 \geq 4$

$x_1 + 7x_2 \geq 7$

and $x_1, x_2 \geq 0$

8. Solve the following Assignment Problem.

निम्नलिखित नियतन समस्या को हल करें।

Task (कार्य)	Subordinates (अधीनस्थ कार्यकर्ता)			
	I	II	III	IV
A	10	12	19	11
B	5	10	7	8
C	12	14	13	11
D	8	15	11	9

B.Sc. (Mathematics) First Semester
ASSIGNMENT
SECOND PAPER
Introductory Number Theory

Note: Attempt one Question from each Unit.

Unit I

Q.1(a) If a, b and c are positive integers with:
(i) a divides c and b divides c then prove that ab divides c.
(ii) a divides bc then prove that a divides c.
यदि a, b, c धनात्मक पूर्णांक हैं और
(i)a, c को विभाजित करता है और b, c को विभाजित करता है तो सिद्ध कीजिए कि ab, c को विभाजित करता है।
(ii) यदि a, bc को विभाजित करता है तो सिद्ध कीजिए कि a, c को विभाजित करता है।

(b) Find the gcd of 462 and 1071 and express it in the form $462x + 1071y$.
462 और 1071 का महत्तम समापवर्तक (gcd) ज्ञात कीजिए और इसे $462x + 1071y$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

Q.2 (a) If a,b and c are integers such that $ac \equiv bc \pmod{m}, m > 0$ is a fixed integer and d=(c,m) then prove that $a \equiv b \left(\bmod \frac{m}{d}\right)$
यदि a,b और c पूर्णांक हैं जिससे $ac \equiv bc \pmod{m}, m > 0$ एक निश्चित पूर्णांक है और d=(c,m) है, तो सिद्ध करें कि $a \equiv b \left(\bmod \frac{m}{d}\right)$

(b) Employing the Sieve of Eratosthenes,obtain all the primes between 100 and 200.
इराटोस्थनीज़ की छलनी का उपयोग करके, 100 और 200 के बीच की सभी अभाज्य संख्याएँ प्राप्त करें।

Unit II

Q.3 (a) For any integer $n > 1$, prove that $\tau(n)$ is odd if and only if n is perfect square.
किसी भी पूर्णांक n के लिए सिद्ध करें कि $\tau(n)$ (गुणनखंडों की संख्या) विषम तभी होगी जब n एक पूर्ण वर्ग हो।

(b) Solve the linear congruence $12x \equiv 44(mod 59)$.
रैखिक सर्वांगसमता $12x \equiv 44(mod 59)$ को हल कीजिए।

Q.4(a) Solve the system of linear congruence.

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$
$$x \equiv 3 \pmod{5}$$
$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

रैखिक सर्वांगसमता की प्रणाली को हल करें

$x \equiv 2 \pmod 3$
$x \equiv 3 \pmod 5$
$x \equiv 2 \pmod 7$

(b) State and prove Wilson's Theorem.
विल्सन प्रमेय का कथन लिखिए एवं इसे सिद्ध कीजिए।

Unit III

Q.5 (a) The general integer solution of Pythagores equation $x^2 + y^2 = z^2$ with x>0, y>0, z>0, (x,y)=1 and y is even, is given by
$x = a^2 - b^2, y = 2ab, z = a^2 + b^2$
Where, a>b>0, (a,b)=1 and one of a,b is odd, and other even.
पाइथागोरस समीकरण $x^2 + y^2 = z^2$ का सामान्य पूर्णांक हल, जहाँ x>0, y>0, z>0, (x,y)=1 और y सम (even) है, इस प्रकार दिया जाता है:
$x = a^2 - b^2, y = 2ab, z = a^2 + b^2$
जहाँ a>b>0, (a,b)=1 है और a,b में से एक विषम (odd) तथा दूसरा सम (even) है।

(b) Find all integer solutions of $2x + 3y + 7z = 5$.
$2x + 3y + 7z = 5$ के सभी पूर्णांक हल ज्ञात कीजिए।

Q.6(a) State and prove Fermat's Last Theorem.
फर्मेट की अंतिम प्रमेय को बताएँ और सिद्ध करें।

(b) Prove that for any integer $k, x = x_0 + \frac{b}{d}k, y = y_0 - \frac{a}{d}k$ gives all solutions, where $d = gcd(a, b)$.
सिद्ध कीजिए कि किसी भी पूर्णांक k के लिए $x = x_0 + \frac{b}{d}k, y = y_0 - \frac{a}{d}k$ सभी हल प्रदान करता है, जहाँ $d = gcd(a, b)$ है।

Unit IV

Q.7(a) State and prove Quadratic Reciprocity Law.
द्विघात पारस्परिकता नियम का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(b) Find all quadratic residue of 13.
13 के सभी द्विघात अवशेष को ज्ञात कीजिए।

Q.8(a) Show that 3 is a primitive root of 7.
दिखाइए कि 3, 7 का एक प्रिमिटिव रूट है।

(b) Construct the index table for 17 with primitive root 5.
प्रिमिटिव रूट 5 के साथ 17 के लिए इंडेक्स टेबल बनाएँ।

Assignment oct, 2026

BSC. (maths) sem V

paper-I ~~Algebra~~ Advanced Abstract Algebra

Note: Attempt one Question from each Unit.

Unit-I

Q.1. An Ideal I of a commutative ring R with unity is prime iff R/I is an integral domain.

किसी क्रमविनिमेय तत्समकी वलय R की कोई गुणजावली I अभाज्य गुणजावली होती है यदि और केवल यदि R/I एक पूर्णांकीय प्रान्त है।

2. Every homomorphic image of a ring R is isomorphic to some quotient ring.

किसी वलय R की प्रत्येक समाकारिता प्रतिबिम्ब उसके किसी विभाग वलय के तुल्यकारी होती है।

Unit-II

3. Prove that the matrix set $V=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \middle| a, b \in R\right\}$ is a vector space over the field R of real numbers with respect to matrix addition and matrix scalar multiplication.

सिद्ध कीजिए कि मैट्रिक्स समुच्चय $V=\left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \middle| a, b \in R\right\}$ मैट्रिक्स योग एवं मैट्रिक्स अदिश गुणन के सापेक्ष वास्तविक संख्याओं के क्षेत्र R पर सदिश समष्टि है।

4. The necessary and sufficient condition for a non empty subset W of a vector space V(F) to be a subspace of V are:

किसी सदिश समष्टि $V(F)$ का अरिक्त उपसमुच्चय W, V की उपसमष्टि हो, इसके लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध निम्न है:

$w_1, w_2 \in W$ तथा $\alpha, \beta \in F \Rightarrow (\alpha \odot w_1) \oplus (\beta \odot w_2) \in W$

Unit - III

5. ~~In vector~~ The set of non zero vectors $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ of a vector space $V(F)$ is linearly dependent iff some v_k, $2 \leq k \leq n$ is a linear combination of the preceding ones

किसी सदिश समष्टि $V(F)$ के अशून्य सदिशों का समुच्चय $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ एकघाततः आश्रित होगा यदि और केवल यदि जब कोई एक v_K अपने पूर्ववर्ती सदिशों का एकघात संचय हो, जहाँ $2 \leq k \leq n$.

6. Prove that the set $C = \{(1,2,1), (2,1,0), (1,-1,2)\}$ forms a basis of $V_3(R)$.

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $S = \{(1,2,1), (2,1,0), (1,-1,2)\}$ $V_3(R)$ का आधार है।

Unit - IV

7. State and prove Sylvester's Law of nullity

सिल्वेस्टर के शून्यता का नियम का कथन दीजिए तथा सिद्ध कीजिए।

8. If $W(F)$ is a subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$, then the quotient space $\left(\frac{V}{W}\right)(F)$ is also finite dimensional and

$$\dim V/W = \dim V - \dim W.$$

यदि W(f) परमित विमीय सदिश समष्टि V(f) का उपसमष्टि है, तो खण्ड समष्टि $\left(\frac{V}{W}\right)(f)$ भी परमित विमा का होता है तथा विमा $\frac{V}{W}$ = विमा V − विमा W.

—— x — x ——

S.S. JAIN SUBODH PG COLLEGE, JAIPUR

B.Sc. V SEM (Maths)

Advanced Complex Analysis.

Assignment

Note: Attempt one Question from each Unit.

UNIT–I

1) (a) State and prove Abel's theorem.
आबेल प्रमेय का कथन सहित सिद्ध कीजिये।

(b) Find the radii of convergence of the power series.
निम्न घात श्रेणी की अभिसरण त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

$$\sum \frac{2^{-n}}{1+in^2} z^n$$

2) (a) Find the domain of convergence of the series.
निम्न श्रेणी का अभिसरण का प्रांत ज्ञात कीजिए।

$$\sum \left(\frac{iz-1}{2+i}\right)^n$$

(b) सिद्ध कीजिये कि श्रेणियाँ (Prove that the series)

$$\frac{1}{2}+\frac{z}{4}+\frac{z^2}{8}+\frac{z^2}{16}+\dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^{n+1}}$$ तथा (And)

$$\frac{1}{2-i}+\frac{z-i}{(2-i)^2}+\frac{(z-i)^2}{(2-i)^3}+\dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2-i)^{n+1}}$$

एक दूसरे का विश्लेषिक सांतत्य है (are analytic continuation of each other).

UNIT – II

3) (a) State and prove taylor's theorem.
टेलर प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिये।

(b) Expand the function $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 2}$ valid in the region:
निम्न क्षेत्र में फलन $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 2}$ का प्रसार करो।

(i) $|z| < 1$ (ii) $1 < |z| < 2$ (iii) $|z| > 2$

4) (a) State and prove Maximum Modulus theorem.
महत्तम मापांक प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिये।

(b) State and prove Liouville's theorem.
ल्यूवेल प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिये।

UNIT – III

5) (a) State and prove Riemann theorem.
रीमान प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिये।

(b) Find the kind of singularities of the following function.
निम्न फलन की विचित्रता की जाति ज्ञात कीजिये।

(i) $\frac{1}{\sin z - \cos z}$, $z = \frac{\pi}{4}$ पर

(ii) $\frac{\cot \pi z}{(z-a)^2}$, $z = a$ तथा $z = \infty$ पर

6) (a) Q. Find out all zeros and discuss the nature of singularities of $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin \frac{1}{z-1}$.

फलन $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin \frac{1}{z-1}$ के शून्य ज्ञात कीजिए तथा इसकी विचित्रताओं की विवेचना कीजिए।

(b) State and prove Cauchy's Residue theorem.

कौशी अवशेष प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

Unit - IV

7) (a) State and prove Rouche's theorem.

रूशे प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

(b) By the method of contour integration prove that:

कंटूर समाकलन विधि द्वारा सिद्ध कीजिए।

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta} = \frac{2\pi}{1-a^2}, \quad 0<a<1$$

8) (a) State and prove fundamental theorem of algebra.

बीज गणित का मूल प्रमेय को कथन सहित सिद्ध कीजिए।

(b) Prove that (सिद्ध करो कि)

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}$$

Assignment

Paper III: Dynamics

Attempt 4 questions. One questionfrom each unit.

Unit -I

1.(a) An insect crawls at a constant rate 'u' along the spoke of a cart wheel of radius 'a'. The cart is moving with velocity 'v'. Find the acceleration along and perpendicular to the spoke of the insect at time 't'.

एक कीड़ा किसी गाड़ी के a त्रिज्या वाले पहिये के आरे पर अचर चाल u से रेंगता है और गाड़ी v वेग से चलती है। t समय पर आरे की दिशा में तथा उसके लम्बवत दिशा में कीड़े के त्वरण ज्ञात कीजिए।

(b) A particle is describing a circle of radius 'a' in such a way that the tangential acceleration is always 'k' times the normal acceleration. If its speed at a certain point is 'u', prove that it will return to the same point after 'a' time $\frac{a}{ku}(1-e^{-2\pi k})$

एक कण a त्रिज्या के वृत्त में ऐसे चलता है कि उसका स्पर्श रेखीय त्वरण उसके अभिलाम्बिक त्वरण का सदैव k गुणा रहता है। यदि किसी बिन्दु पर उसकी चाल u हो तो सिद्ध करो कि वह उसी बिन्दु पर $\frac{a}{ku}(1-e^{-2\pi k})$ समय पश्चात लौट आयेगा।

2. (a) A particle is performing S.H.M. of period T about a centre O and it passes through a point P (where OP = b) with a velocity v in the direction OP. Prove that the time that elapses before it returns to P is $\frac{T}{\pi}tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$.

एक कण केन्द्र O के सापेक्ष T आवर्तकाल की सरल आर्वत गति करे और यह किसी बिन्दु P (जहाँ OP = b), OP की दिशा में v वेग से गुजरे , तो सिद्ध कीजिए कि वह P पर पुनः $\frac{T}{\pi}tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$ समय के पश्चात लौटेगा।

(a) A particle moves with S.H.M. in a straight line. In the first second after starting from rest it travels a distance 'a' and in the next second it travels a distance 'b' in the same direction. Prove that the amplitudes of motion is $\frac{2a^2}{3a-b}$ and its period is $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{b-a}{2a}\right)}$.

एक कण सरल रेखा में स.आ.ग. में गतिमान है। विरामावस्था से गति प्रारंभ्झ होने के प्रथम सैकण्ड में 'a' दूरी तथा अगले सैकण्ड में 'b' दूरी उसी दिशा में तय करता है। सिद्ध कीजिए कि गति का आयाम $\frac{2a^2}{3a-b}$ तथा इसका आवर्तकाल $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{b-a}{2a}\right)}$ होगा।

Unit - II

3.(a) A particle is projected with velocity $'u'$ along a smooth horizontal plane in a medium whose resistance per unit mass $'k'$ times the velocity. Show that the velocity v after a time t and the distance $'s'$ in that time are given by:-

एक कण को चिकने क्षैतिज तल पर ऐसे माध्यम में u वेग से फेंका जाता है जिसका प्रतिरोध प्रति ईकाई संहति के लिए वेग का k गुणा है। प्रदर्शित कीजिए कि t समय पश्चात् यदि इसका वेग v तथा इसके द्वारा s दूरी तय की गई हो, तो

$$v = \mu e^{-kt}, \qquad s = \frac{u}{k}(1-e^{-kt})$$

(b) A particle of mass m, is projected vertically upwards under gravity, the resistance of the air being mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1+\lambda)]$, where V is the terminal velocity of the particle and λV is its initial velocity.

m संहति का एक कण गुरुत्याकर्षण के अधीन ऊर्ध्वाधर दिशा में फेंका जाता है। यदि वायु का प्रतिरोध, वेग का mk गुणा हो, तो सिद्ध कीजिये कि कण की अधिकतम ऊचाई होगी: $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1+\lambda)]$, जहाँ V माध्यम में कण का अंतिम वेग है तथा λV इसका प्रारंभिक ऊर्ध्वाधर वेग है।

4. A particle projected upwards with a velocity U in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. Prove that the particle will return to the point of projection with velocity $V = \frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ after a time $\frac{v}{g}\left[tan^{-1}\left(\frac{U}{V}\right) + \tan h^{-1}\left(\frac{u}{V}\right)\right]$.

एक कण U वेग से ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर एक ऐसे माध्यम में फेंका जाता है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती है। कण प्रक्षेप बिन्दु पर वेग $V = \frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ से लौट आऐगा तथा इसको लौटाने में $\frac{v}{g}\left[tan^{-1}\left(\frac{U}{V}\right) + \tan h^{-1}\left(\frac{u}{V}\right)\right]$ समय लगेगा , जहाँ V अन्तिम वेग है।

Unit -III

5. (a) A particle is projected from the lowest point with some velocity and moves along the inside of a smooth vertical circle. Discuss the motion of the particle, if the reaction R vanishes before the velocity v vanishes.

एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु से एक कण किसी वेग से फेंका गया जो वृत के अन्दर की ओर गमन करता है। कण की गति का विवेचन कीजिये, यदि प्रतिक्रिया R वेग v से पहले लोप होता है।

(b) A heavy particle of weight W, attached to a fixed point by a light inextensible string, describes a circle in a vertical plane. The tension of the string has the values mW and nW respectively, when the particle is at the highest and the lowest point of its path. Show that $n = m + 6$.

एक W भार वाला कण जो कि स्थिर बिन्दु से एक भारहीन अवितान्य डोरी से बंधा है और एक ऊर्ध्वाधन तल में एक वृत में घूम रहा है। जब कण अधिकतम तथा न्यूनतम ऊँचाई पर होता है, तो डोरी में खिंचाव क्रमशः mW तथा nW होता है, तो सिद्ध कीजिये कि $n = m + 6$.

6. (a) A heavy particle hangs from a point O by a string of length a. It is projected horizontally with velocity u s.t. $u^2 = (2 + \sqrt{3})$ag. Show that the string becomes slack when it has described an angle $cos^{-1}(-1/\sqrt{3})$

एक भारी कण एक बिन्दु O से a लम्बाई की एक डोरी द्वारा लटक रहा है। इसे क्षैतिज वेग u से विस्थापित किया जाता है। यदि $u^2 = (2 + \sqrt{3})ag$ है तो सिद्ध कीजिए कि डोरी $cos^{-1}(-1/\sqrt{3})$ कोण बनाने के पश्चात शिथिल हो जाएगी।

A heavy particle hanging vertically from a point by a light inextensible string of length l is started so as to make a complete revolution in a vertical plane. Prove that the sum of the tensions at the ends of any diameter is constant.

एक भारी कण किसी स्थिर बिन्दु से एक डोरी जिसकी लम्बाई l है , द्वारा लटकाया हुआ है और वह एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घूमता है। सिद्ध कीजिए कि किसी भी व्यास के सम्मुख सिरों पर डोरी के तनावों का योग सभी व्यासों के लिए अचर होता है।

Unit -IV

7. (a) Find the moment of inertia of a hollow sphere of radius 'a' and mass 'M' about a diameter.

a त्रिज्या तथा M संहति के खोखले गोले का एक व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

(b) Show that the moment of inertia of a semicircular lamina about a tangent parallel to the bounding diameter is $Ma^2\left(\frac{5}{4} - \frac{8}{3\pi}\right)$, where a is the radius and M si the mass of the lamina.

प्रदर्शित कीजिये कि अर्ध–वृत्तीय पटल का उसके सीमक व्यास के समान्तर स्पर्श रेखा के परित जड़त्व–आघूर्ण $Ma^2\left(\frac{5}{4} - \frac{8}{3\pi}\right)$ है, जहाँ पटल की संहति M तथा त्रिज्या a है।

8. (a) Find the moment of inertia of a truncated cone about its axis , the radii of its ends being a and b.

किसी खंडित शंकु का उसके अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए। खंडित शंकु के सिरो की त्रिज्याऐं a तथा b है।

(b) Find M.I. of a rectangular lamina about one of its side.

एक आयताकार पटल का उसकी भुजा के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात करिये।

B. Sc III semester Assessment

Mathematics

Real Analysis-I & Differential equation-I

1. (a) Prove that the intersection of a finite number of open sets is an open set.

   सिद्ध कीजिए कि सीमित संख्या में खुले समुच्चयों का प्रतिच्छेद (अंतर) एक खुला समुच्चय होता है।

   (b) Prove that a set is closed if and only if its complement is open.

   सिद्ध कीजिए कि कोई समुच्चय एक बंद समुच्चय होता है यदि और केवल यदि इसका पूरक समुच्चय एक खुला समुच्चय है।

2. (a) Prove that the derived set of any set is a closed set.

   सिद्ध कीजिए कि किसी भी समुच्चय का व्युत्पन्न समुच्चय सदैव एक बंद समुच्चय होता है।

   (b) Prove that the set R of real numbers is not a compact set.

   सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय R एक संहत समुच्चय नहीं है।

3. (a) Prove that the necessary and sufficient condition for a monotonically increasing sequence $\langle x_n \rangle$ to be convergent is that it is bounded and in that case $\lim_{n\to\infty} x_n = \text{Sup}\{x_n\}$.

   सिद्ध कीजिए कि एकविक्द वर्धमान अनुक्रम $\langle x_n \rangle$ के अभिसरण के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि $\langle x_n \rangle$ परिबंमित है तथा इस अवस्था में $\lim_{n\to\infty} x_n = \text{Sup}\{x_n\}$ है।

   (b) Prove that the sequence $\langle x_n \rangle$, where $x_1 = \frac{1}{2}$ and $x_{n+1} = \frac{2x_n + 1}{3}$, $n \in N$ is convergent. Also find its limit.

   सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\langle x_n \rangle$, जहाँ $x_1 = \frac{1}{2}$ तथा $x_{n+1} = \frac{2x_n + 1}{3}$, $n \in N$ एक अभिसारी अनुक्रम है। इसकी सीमा भी ज्ञात कीजिए।

4\. (a) Prove that the necessary and sufficient condition for the $\langle x_n \rangle$ to be a convergent sequence is that it is a Cauchy sequence.

सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\langle x_n \rangle$ के अभिसरण के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त यह है कि यह एक कॉंची अनुक्रम है।

4\. (b) Show that the sequence $\left\langle \frac{1}{n^3} \right\rangle$ is a Cauchy sequence.

प्रदर्शित कीजिए कि अनुक्रम $\left\langle \frac{1}{n^3} \right\rangle$ एक कॉंची अनुक्रम है।

5\. (a) Solve the following differential equation:

$$(xy^2 - x^2)dx + (3x^2y^2 + x^2y - 2x^3 + y^2)dy = 0$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

5\. (b) Solve the following differential equation:

$$p^3 - 4xyp + 8y^2 = 0$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

6\. (a) Solve the following linear differential equation:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = x \cos x$$

निम्न रैखिक अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

6\. (b) Solve the following differential equation:

$$y' + y' \tan x = x \sec x$$

निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

7\. (a) Solve the following differential equation:

$$(x^2 + y^2)\, dy - 2xy\, dx = 0$$

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

(b) Solve the following differential equation:

$$(D^2 - 9D + 18)y = e^{3x}$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए:

$$(D^2 - 9D + 18)y = e^{3x}$$

9\. (a) Solve the following differential equation:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x)\frac{dy}{dx} - y\cot x = \sin^2 x$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x)\frac{dy}{dx} - y\cot x = \sin^2 x$$

(b) Solve the following differential equation:

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx} - y\right) - 2x\frac{dy}{dx} + 2y + x^2 y = 0$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए:

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx} - y\right) - 2x\frac{dy}{dx} + 2y + x^2 y = 0$$

B. Sc. III Sem (Maths)
Paper II Mathematical Statistics
Assignment

Note: Attempt one Question from each Unit.

Unit-I

Q1 Obtain the Mean, Median and Mode for the following data:
निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य, माध्यिका तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

No.of days absent	Less than 5	Less than 10	Less than 15	Less than 20	Less than 25	Less than 30	Less than 35	Less than 40	Less than 45
No.of students	29	224	465	582	634	644	650	653	655

Q2(a) The ages of a group of 50 people invited in a birthday party is given in the following frequency table. Find the mean and SD of the distribution:
जन्मदिन की पार्टी में आमंत्रित 50 व्यक्तियों की आयु निम्नलिखित बारंबारता सारणी में दी गई है। वितरण का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

Age Group	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25	25-27	27-29
Frequency	14	11	8	6	5	4	2

(b) The first four moments of a distribution about 4 are – 1.5, 17, -30 and 108. Find the moments about the mean, β_1 and $\beta 2$ and comment on their values. Also find the moment about x = 2.
किसी वितरण के 4 के सापेक्ष प्रथम चार आघूर्ण क्रमशः –1.5, 17, –30 और 108 हैं। माध्य के सापेक्ष आघूर्ण, β_1 और β_2 के मान ज्ञात कीजिए। β_1 और β_2 के मानों की व्याख्या कीजिए। x = 2 के सापेक्ष आघूर्ण भी ज्ञात कीजिए।

Unit-II

Q3(a) The probability that a teacher will give an unannounced test during any class meeting is 1/5. If a student is absent twice, what is the probability that he will miss atleast one test?
किसी शिक्षक द्वारा किसी भी कक्षा में बिना पूर्व सूचना परीक्षा लेने की प्रायिकता 1/5 है। यदि कोई विद्यार्थी दो बार कक्षा से अनुपस्थित रहता है, तो उसके द्वारा कम-से-कम एक परीक्षा छूट जाने की प्रायिकता क्या होगी?

(b) In a bolt factory, machines A, B and C manufacture 25%, 35% and 40% respectively. Out of their total output 5, 4 and 2% are defective bolts. A bolt is drawn at random and is found to be defective. What are the probabilities that it was manufactured by the machines A, B and C?
एक बोल्ट कारखाने में मशीनें A, B और C क्रमशः कुल उत्पादन का 25%, 35% और 40% बोल्ट बनाती हैं। उनके कुल उत्पादन में से क्रमशः 5%, 4% और 2% बोल्ट दोषपूर्ण (Defective) होते हैं। एक बोल्ट यादृच्छिक रूप से (at random) चुना जाता है और वह दोषपूर्ण पाया जाता है। ज्ञात कीजिए कि उस बोल्ट के मशीन A, B और C द्वारा निर्मित होने की प्रायिकताएँ क्या हैं?

Q4(a) A box contains 10 items of which 3 are defective. A man selects 4 items from the box. Find the expected number of defective items he has drawn.

एक डिब्बे में 10 वस्तुएँ हैं, जिनमें से 3 वस्तुएँ दोषपूर्ण हैं। एक व्यक्ति डिब्बे में से 4 वस्तुएँ चुनता है। ज्ञात कीजिए कि उसके द्वारा चुनी गई वस्तुओं में दोषपूर्ण वस्तुओं की अपेक्षित संख्या क्या होगी।

(b) In a binomial distribution, the variate assumes the values 0, 1, 2, 3,......, n with probabilities given by: $P(r)={}^nC_r p^r q^{n-r}$, where p+q=1. Find its MGF, Mean and SD.

द्विपद वितरण में यादृच्छिक चर के मान 0,1,2,3,...,n होते हैं तथा उनकी प्रायिकताएँ $P(r)={}^nC_r p^r q^{n-r}$ हैं, जहाँ p+q=1, द्विपद वितरण का MGF, माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

Unit-III

Q5(a) 10% screws produced by a machine are defective. Find the probability of the following when they are checked at random by examining samples of 5:
(i) none is defective (ii) one is defective (iii) atmost one is defective.

एक मशीन द्वारा उत्पादित स्क्रू में से 10% दोषपूर्ण होते हैं। यदि 5 स्क्रू के नमूनों की यादृच्छिक रूप से जाँच की जाए, तो निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए: (i) कोई भी स्क्रू दोषपूर्ण न हो। (ii) ठीक एक स्क्रू दोषपूर्ण हो। (iii) अधिकतम एक स्क्रू दोषपूर्ण हो।

(b) A factory produces razor blades. The probability of its being defective is 1/500. In 10,000 packets of 10 blades each, calculate the approximate number of packets:
(i) having no defective blades (ii) one defective blade (iii) 2 defective blades
(given that e-0-02 = 0.9802)

एक कारखाना रेज़र ब्लेड बनाता है। किसी ब्लेड के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता 1/500 है। यदि 10 ब्लेड वाले 10,000 पैकेट लिए जाएँ, तो निम्नलिखित प्रकार के पैकेटों की लगभग संख्या ज्ञात कीजिए: (i) जिनमें एक भी दोषपूर्ण ब्लेड न हो। (ii) जिनमें एक दोषपूर्ण ब्लेड हो। (iii) जिनमें 2 दोषपूर्ण ब्लेड हों। (दिया है: $e^{-0.02}$=0.9802)

Q6(a) For a rectangular distribution f (x) = 1/(2a), - a < x < a, Prove that its MGF about the origin is (1/at)sinh(at). Also show that all odd order moments are zero and even order moments $\mu_{2r} = a^{2r}/(2r + 1)$.

एक आयताकार वितरण के लिए f (x) = 1/(2a), - a < x < a, सिद्ध कीजिए कि मूल बिंदु के सापेक्ष इसका MGF (1/at)sinh(at) है। यह भी सिद्ध कीजिए कि सभी विषम क्रम के आघूर्ण शून्य होते हैं और सम क्रम के आघूर्ण $\mu_{2r} = a^{2r}/(2r + 1)$है।

(b) The average height and variance of 1000 soldiers in a regiment are 68.22" and 10.8" respectively. Assuming the distribution to be normal, how many soldiers will be over six feet height. Given that the area of the normal curve between x = 0 to x = 0.35 is 0.1368 and between x = 0 to x = 1.15 is 0.3749.

एक रेजिमेंट में 1000 सैनिकों की औसत ऊँचाई 68.22 इंच तथा विचरण (Variance) 10.8 वर्ग इंच है। यह मानते हुए कि सैनिकों की ऊँचाई का वितरण सामान्य वितरण का अनुसरण करता है, ज्ञात कीजिए कि 6 फीट से अधिक ऊँचाई वाले सैनिकों की संख्या कितनी होगी। दिया है:

x=0 से x=0.35 तक सामान्य वक्र के नीचे का क्षेत्रफल =0.1368=0.1368

x=0 से x=1.15 तक सामान्य वक्र के नीचे का क्षेत्रफल =0.3749=0.3749

Unit-IV

Q7(a) Obtain the coefficient of correlation for x and y from the following:

निम्नलिखित आँकड़ों से x और y के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

x: 45 55 56 58 60 65 68 70 75 80 85

y: 56 50 48 60 62 64 65 70 74 82 90

(b) Fit a straight line to the following data :

निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक सरल रेखा फिट कीजिए।

x	0	1	2	3	4
y	1	1.8	3.3	4.5	6.3

Q8(a) If θ is the acute angle between the two regression lines in case of two variable x and y, show that $tan\theta = \frac{1-r^2}{r}\frac{\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x{}^2+\sigma_y{}^2}$ where r, σ_x, σ_y have their usual meanings. Explain the significance of the formula when r = 0 and r = ±1.

यदि दो चर x और y के दो प्रतिगमन रेखाओं के बीच का न्यून कोण θ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$tan\theta = \frac{1-r^2}{r}\frac{\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x{}^2+\sigma_y{}^2}$, जहाँ r, σ_x, σ_y के सामान्य अर्थ हैं। जब r = 0 तथा r = ±1 हो, तब सूत्र के परिणाम को समझाइए।

(b) Two random variables have the least square regression lines with equations 3x + 2y - 26 = 0 and x + y - 31 = 0. Find the mean values and the coefficient. of correlation between x and y.

दो यादृच्छिक चरों की न्यूनतम वर्ग प्रतिगमन रेखाएँ 3x + 2y - 26 = 0 तथा x + y - 31 = 0 हैं, x और y के माध्य मान तथा सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।