B.A. /B.Sc. / B.Sc. (Mathematics) Second Semester Assignment -2026

(Faculty of Science)

MATHEMATICS

First PAPER

Differential and Integral Calculus

Attempt any four selecting one Question from each Unit.

Unit I

1. (a) Find Lagrange's and Cauchy's remainder after n terms in expansion of $\log(1+x)$
$\log(1+x)$ के प्रसार में n पदों के पश्चात् लग्रांज तथा कोशी शेष पद प्राप्त कीजिये।

(b) Show that for the radius of curvature at a point $(a\,Cos^3\theta, aSin^3\theta)$ on the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ is $(3^{a/2})\,Sin2\theta$
सिद्ध कीजिये कि वक्र $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ के बिन्दु $(a\,Cos^3\theta, aSin^3\theta)$ पर वक्रता–त्रिज्या $(3^{a/2})\,Sin2\theta$ होती है।

OR

(a) Show that in the parabola $y^2=4ax$, the radius of curvature at any point P is $\frac{2(sp)^{3/2}}{\sqrt{a}}$; where s is the focus of the parabola.
सिद्ध कीजिये कि परिवलय $y^2=4ax$, के किसी बिन्दु P पर वक्रता–त्रिज्या $\frac{2(sp)^{3/2}}{\sqrt{a}}$ है; जहाँ s पर वलय की नाभि है।

(b) For the curve $y=a\log\left\{sec\left(\frac{x}{a}\right)\right\}$ prove that the chord of curvature parallel to $y-axis$ is of constant length.
वक्र $y=a\log\left\{sec\left(\frac{x}{a}\right)\right\}$ में सिद्ध कीजिये कि y –अक्ष के समान्तर वक्रता–जीवा की लम्बाई अचर राशि होती है।

UNIT-II

2 (a) If $x^xy^yz^z=c$ show that at $x=y=z$ $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-(x\log ex)^{-1}$
यदि $x^xy^yz^z=c$, प्रदर्शित कीजिये कि $x=y=z$ पर $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-(x\log ex)^{-1}$

(b) If $u=Sin^{-1}(x/y)+tan^{-1}(y/x)$ then show that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0$
यदि $u=Sin^{-1}(x/y)+tan^{-1}(y/x)$ तो प्रदर्शित कीजिये कि $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0$

OR

(a) Find the envelope of the circle described on the radii vectors of the curve $r^n=a^n cos\,n\theta$ as diameter.
उन वृत्तों का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जो वक्र $r^n=a^n cos\,n\theta$ की ध्रुवान्तर–रेखाओं को व्यास मानकर खींचे गए है।

(b) Find the points, where the value of $u=x^3+y^3-3axy$ is maximum or minimum.
उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये, जहाँ $u=x^3+y^3-3axy$ का मान उच्चतम तथा न्यूनतम है।

UNIT-III

3. a) Find the asymptotes of the following curve
निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।
$(x^2-y^2)^2-4y^2+y=0$

b) Show that the eight points of intersection of the curve $xy(x^2 - y^2) + x^2 + y^2 = a^2$ and its asymptotes lie on a circle whose centre is at the origin. 7

सिद्ध करो कि वक्र $xy(x^2 - y^2) + x^2 + y^2 = a^2$ तथा इसकी अनन्तरपर्शी के 8 प्रतिच्छेद बिन्दु एक वृत्त पर स्थित है जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है।

OR

a) Trace the curve $x^3 + y^3 = a^2x$.

वक्र $x^3 + y^3 = a^2x$ का अनुरेखण कीजिये।

b) Prove that सिद्ध कीजिए कि

$\beta(m,n) = \int_0^\infty \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$

UNIT-IV

4\. a) Evaluate मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{(1+x^2)}} \frac{dx\,dy}{1+x^2+y^2}$$

b) Evaluate $\iiint x^{l-1} y^{m-1} z^{n-1}\, dx\,dy\,dz$

where $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ and $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$

मान ज्ञात कीजिए $\iiint x^{l-1} y^{m-1} z^{n-1}\, dx\,dy\,dz$

जहां $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ तथा $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$

OR

a) Find the length of the arc of the curve $y = \log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ from $x = 1$ to $x = 2$.

वक्र $y = \log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ की $x = 1$ से $x = 2$ तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

b) Prove that the area of loop of the curve $x = a(1-t^2), y = at(1-t^2);\ -1 \leq t \leq 1$ is $8a^2/15$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = a(1-t^2), y = at(1-t^2);\ -1 \leq t \leq 1$ के लूप का क्षेत्रफल $8a^2/15$ होता है

*****

Assignment March -2026
B.Sc. (Mathematics) II Semester
(Faculty of Science)
MATHEMATICS
Second PAPER
Operations Research

(Attempt any four selecting at least one question from each unit)

किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दें और प्रत्येक इकाई से कम से कम एक प्रश्न चुनें।

Unit I

1. A manufacture has to supply his customer with 600 units of his product per year. Shortages are not allowed and the storage cost amounts to Rs. 0.60 per unit per year. The set up cost per run is Rs. 80 /-. Find the optimal run size and the minimum average yearly cost.
Find the following:
एक निर्माता को प्रति वर्ष अपने ग्राहकों को अपने उत्पादन की 600 इकाइयों की पूर्ति करनी पड़ती है। उत्पादन का अभाव नहीं है तथा उत्पादन की प्रति इकाई भण्डज्ञरण खर्च 0.60 रू प्रति वर्ष है। व्यवस्था खर्च प्रति चक्र 80 रू. है। निम्न ज्ञात कीजिए।

a) Economic Order Quantity (EOQ)
मितव्ययी प्रचय आमाप (EOQ)

b) Minimum average yearly cost
न्यूनतम औसत वार्षिक लागत

c) Optimum number of orders per year
प्रति वर्ष आदेशों की इष्टतम संख्या

d) The optimum period of supply per optimum order
पूर्ती का इष्टतम समय प्रति इष्टतम आदेश

e) What is the increase in the total cost associated with ordering 20% more than EOQ?
EOQ में 20% आदेश बढ़ाने से सम्बन्धित कुल लागत में कितनी बढोतरी हो जाएगी ?

2. Derive an economic lot size (EOQ) formula and the minimum average cost under the following assumptions :
निम्न मान्यताओं से (EOQ) सूत्र तथा न्यूनतम औसत लागत ज्ञात कीजिए।

a) Demand is at uniform rate r units of quantity per unit of time.
माँग की एक समान दर r इकाइयाँ प्रति इकाई समय है

b) Production is instantaneous
उत्पादन तात्क्षणिक है

c) Shortages are not allowed
उत्पादन का अभाव नहीं है

d) Lead time is zero i.e. $L = 0$
अग्रता काल $L = 0$

e) Holding cost = C_1 per unit quantity
भंडारण लागत = C_1 प्रति इकाई मात्रा

f) Set – up cost = C_3 per cycle
व्यवस्था लागत = C_3 प्रति चक्र

Unit II

3. (a) Solve the following game using dominance principle:
प्रमुखता गुणधर्म का प्रयोग करके निम्न खेल को हल कीजिए:

Player B

Player A	I	II	III	IV
I	3	2	4	0
II	3	4	2	4
III	4	2	4	0
IV	0	4	0	8

(b) Solve the following game by linear programming problem:
रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या का प्रयोग करके निम्न खेल क्रो हल कीजिए:

Player B

$$\text{Player A}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -3 \\ 6 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

4. (a) State and prove fundamental theorem of game theory.
खेल सिद्धांत की मूलभूत प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिये ।

(b) Solve the following 2× 3 game by graphical method:
निम्नलिखित 2×3 गेम को लेखाचित्र विधि से हल कीजिये ।

Player B

$$\text{Player A}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 8 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Unit III

5. Find the following measures of Queue Model (M/M/1:∞FCFS)
पंक्ति निदर्श (M/M/1:∞FCFS) के निम्न माप ज्ञात कीजिए।

(a) Queue Size $\geq N$.
पंक्ति आकार $\geq N$

(b) Expected Line Length of the System : $E(L_s)$
निकाय की प्रत्याशित रेखा लम्बाई : $E(L_s)$

(c) Expected Queue Length : $E(L_q)$
प्रत्याशित पंक्ति लम्बाई : $E(L_q)$

(d) Expected length of Non – empty Queue : $E(L/L > 0)$
अरिक्त पंक्ति की प्रत्याशित लम्बाई : $E(L/L > 0)$

6. A shipping company has a single unloading berth with ships arriving in Poisson fashion at an average rate of three per day. The unloading time distribution for ship with the unloading crews is found to be exponential with average unloading time $\frac{1}{2n}$ days. The company has a large labour supply without regular working hours and to avoid long waiting lines the company has a policy of using as many unloading crews as there are ships waiting in line or being unloaded under these conditions, find :

एक जहाज की कम्पनी में जहाज खाली करने का एक प्लेटफार्म है जिसमें जहाजों का आगमन प्वायस वंटन के अनुसार 3 जहाज प्रतिदिन है। जहाज को खाली करने वाले समय तथा खाली करने वाले दलों का वंटन चर घातांकी है जिसका खाली करने का औसत समय $\frac{1}{2n}$ दिन है। कम्पनी के पास बहुत श्रमिक है तथा प्रायिकता जहाजों की पंक्ति को शीघ्रातिशीघ्र कम करने के लिए जितने जहाज होते हैं उतने ही श्रमिकों के दलों को कम्पनी कार्य पर लगाती है। इन स्थितियों में ज्ञात कीजिए :

a) The average number of unloading crews working at any time
किसी समय जहाज खाली करने वाले दलों की औसत संख्या

b) The probability that more than four crews will be needed
जहाज खाली करने वाले चार से अधिक दलों की आवश्यकता होने की प्रायिकता

Unit IV

7. There are five jobs, each of which is to be processed through three machines A,B and C in the order ABC. Processing times in hours are :
पाँच कार्य तीन मशीनों A,B तथा C पर ABC क्रम से संपादित किये जाते हैं। संपादन समय घंटों में है :

Job	A	B	C
1	3	4	7
2	8	5	9
3	7	1	5
4	5	2	6
5	4	3	10

Determine the optimum sequence for the five jobs and the minimum elapsed time.
पाँच कार्यो का इष्टतम अनुक्रम ज्ञात कीजिए तथा इसमें लगा न्यूनतम समय भी ज्ञात कीजिए।

8. Find the sequence that minimizes the total elapsed time required to complete the following tasks on two machines:
निम्न कार्यो को दो मशीनों पर संम्पूर्ण होने के लिए अनुक्रम तथा न्यूनतम लगा समय ज्ञात कीतिए।

Task (कार्य)	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Machine I (मशीन I)	2	5	4	9	6	8	7	5	4
Machine II (मशीन II)	6	8	7	4	3	9	3	8	11

*****

(Pass)

B.A./B.Sc./B.Sc. (Hons.) Fourth Semester Examination – 2026.

(Assignment)

MATHEMATICS

First PAPER

Complex Analysis

Attempt any four selecting at least one from each unit

Unit-I

1. (a) Obtain the equation of a circle through three given points.
   तीन बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।
   (b) Prove that the area of the triangle whose vertices are the points z_1, z_2, z_3 on the Argand diagram is
   सिद्ध कीजिये कि आर्गेण्ड चित्र में बिन्दुओं z_1, z_2, z_3 शीर्ष वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल
   $$\sum\{(z_2 - z_3)|z_1|^2/(4iz_1)\}$$

2. (a) Prove that सिद्ध कीजिए कि
   $$\lim_{z\to i} \frac{3z^4 - 2z^3 + 8z^2 - 2z + 5}{z - i} = 4 + 4i$$
   (b) Prove that the function $f(z) = |z|^2$ is continuous every where but its derivative exists only at the origin.
   सिद्ध कीजिए कि फलन $f(z) = |z|^2$ सर्वत्र संतत है किन्तु इसके अवकलन का अस्तित्व केवल मूल बिन्दु पर ही है।

Unit-II

3. (a) Define Singular Point. Prove the necessary condition that a function $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ be analytic in a domain D is that in D, u and v satisfy the Cauchy – Riemann equation i.e.
   $$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$
   विचित्र बिन्दु परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि फलन $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ के किसी प्रान्त D में विश्लेषिक होने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध है कि उस प्रान्त में u तथा v कोशी – रीमान समीकरण संतुष्ट करते हैं अर्थात्
   $$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$
   (b) Show that the function $f(z) = \sqrt{(|xy|)}$ satisfies the Cauchy – Riemann equation at the origin but is not analytic at the point.
   प्रदर्शित कीजिए की फलन $f(z) = \sqrt{(|xy|)}$ मूल बिन्दु पर कोशी – रीमान समीकरणों को सन्तुष्ट करता है परन्तु इस बिन्दु पर विश्लेषिक फलन नहीं है।

4. (a) Define Harmonic Function. Show that function $u = \cos x \cos hy$ is harmonic and find its harmonic conjugate.
   प्रसंवादी फलन परिभाषित कीजिए सिद्ध कीजिए कि फलन $u = \cos x \cos hy$ प्रसंवादी फलन है तथा इसका प्रसंवादी संयुग्मी ज्ञात कीजिए।
   (b) Prove that $u(x,y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ satisfy Laplace equation. Also determine the corresponding analytic function $f(z) = u + iv$.
   सिद्ध कीजिए कि $u(x,y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ लेप्लांस समीकरण को सन्तुष्ट करता है , निम्न का विश्लेषण फलन $f(z) = u + iv$ भी ज्ञात कीजिए।

Unit-III

5. Show that both the transformations $\omega = \frac{z+i}{z-i}$ and $\omega = \frac{i+z}{i-z}$ transform $|W| \le 1$ into the lower half plane $I(Z) \le 0$
   प्रदर्शित करिए कि दोनों रूपान्तरण $\omega = \frac{z+i}{z-i}$ और $\omega = \frac{i+z}{i-z}$ $|W| \le 1$ को निम्न अर्धतल $I(Z) \le 0$ में रूपान्तरित

Hind
English

करता है।

6. Discuss the transformation $w = z^2$. Find the images of the hyperbolas $x^2 - y^2 = c$ and $xy = d$ under this transformation.

रूपान्तरण $w = z^2$ की विवेचना कीजिये। अतिपरवलयों $x^2 - y^2 = c$ तथा $xy = d$ का इस रूपान्तरण में प्रतिचित्रण ज्ञात कीजिये।

Unit-IV

7. (a) Evaluate $\int_{0}^{1+i} z^2 dz$

मान ज्ञात कीजिय $\int_{0}^{1+i} z^2 dz$

(b) If $f(z)$ is analytic in a simply connected domain G , then the indefinite integral $\int_{z_0}^{z} f(z)dz$ is independent of the path joining z_0 with z in G.

सिद्ध कीजिए कि यदि एकशः सम्बद्ध प्रदेश G में $f(z)$ विश्लेषिक फलन हो, तो अनिश्चित समाकल $\int_{z_0}^{z} f(z)dz$, G में बिन्दुओं z_0 तथा z को मिलाने वाले पथ से स्वतंत्र होता है।

8. State and prove Morera Theorem.

मोरेरा प्रमेय का कथन लिखिए एंव इसे सिद्ध कीजिए।

Assignment March-2026 ~~Set~~-I

B.Sc Mathematics IV sem

P-II Real Analysis-II

Attempt any four questions selecting any one question from each unit

UNIT-I

1. If f is bounded function on $[a,b]$ then f is R-integeable iff for each $\varepsilon>0$, $\exists\ P\in P[a,b]$ s.t.
(यदि f, अन्तराल $[a,b]$ पर परिभाषित परिबद्ध फलन है तो f, R-समाकलनीय होगा यदि और केवल यदि प्रत्येक $\varepsilon>0$, के लिए $\exists\ P\in P[a,b]$ s.t.)

$$0\leq U(f,P)-L(f,P)<\varepsilon.$$

2. State and Prove Darboux Theorem.
(डार्बू प्रमेय को कथन सहित सत्यापित कीजिए)

UNIT-II

3. Prove that every monotonic function defined on closed interval is always R-integeable.
(संवृत्त अन्तराल पर परिभाषित प्रत्येक एकदिष्ट फलन R-समाकलनीय होता है)

4. If function f is defined on $[0,1]$ as follows then show that $f\in R[0,1]$

$$f(x)=\begin{cases} 1/n, & \frac{1}{n+1}<x\leq\frac{1}{n}, \quad n=1,2\ldots \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

and $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{\pi^2}{6}-1$

यदि फलन f अन्तराल $[0,1]$ में निम्न प्रकार परिभाषित हैं तो प्रदर्शित कीजिए $f\in R[0,1]$

$$f(x)=\begin{cases} 1/n, & 1/n+1<x\leq\frac{1}{n}, \quad n=1,2\ldots \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

and $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{\pi^2}{6}-1$

UNIT–III

5. State and prove M_n- test.

M_n- परीक्षण को कथन सहित सत्यापित कीजिए

6. Discuss the uniform convergence of the series in the interval [0,1] for the following series.

(अन्तराल [0,1] में निम्न श्रेणी के एकसमान अभिसरण की विवेचना कीजिए।

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n (1-x)$$

7. B

UNIT–IV

7. Prove that the sequence $\{f_n(x)\}$ where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

can not be differentiated term by term at $x=0$.

(सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\{f_n(x)\}$ जहाँ

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

का $x=0$ पर पदशः अवकलन नहीं किया जा सकता।)

8. Prove that (सिद्ध कीजिए)

$$\int_0^1 \sum_1^{\infty} \frac{x^n}{n^2}\, dx = \sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)}$$

B.Sc. (Hons.) Fourth Semester – 2026.

(Assignment)

MATHEMATICS

THIRD PAPER

Differential Equations-II

Attempt one question from each unit

UNIT-I

Q.1. Solve (हल कीजिए):– $\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x)\frac{dy}{dx} - y\cot x = sin^2 x$

Q.2. Solve by the method of variation of parameters
प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 y = cosec\ ax$$

UNIT-II

Q.3. Solve the differential equation
अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $y(1 - \log y)\frac{d^2y}{dx^2} + (1 + \log y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

Q.4 Find the complete integral of the following equation by Charpit's method
निम्नलिखित समीकरण से चार्पी विधि से पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिये।

$$2(z + xp + yq) = yp^2$$

UNIT-III

Q.5. Solve the partial differential equation
आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$

(b) $r - 4s + 4t + p - 2q = e^{x+y}$

Q.6. Solve: (हल कीजिए) :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (x^2 + y^2)^{\frac{n}{2}}$$

UNIT-IV

Q.7. Solve by Monge's method
मोंग्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$$r = a^2 t$$

Q.8. Solve by the method of separation of variable
चरों के पृथक्करण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{K}\frac{\partial z}{\partial t}$$

Assignment March 2026

B.Sc. (Mathematics) Sem VI

Paper-I (Linear Algebra)

Attempt any 4 questions, selecting at least one question from each unit.

Unit-I

1 (a) Prove that a linear transformation $t: V(F) \to V'(F)$ is monomorphism if and only if kernel of $t = \{0\}$

सिद्ध कीजिए कि रैखिक प्रतिचित्रण $t: V(F) \to V'(F)$ एक ~~रैखेकी~~ समाकारिता है यदि और केवल यदि t की अष्टि $= \{0\}$.

(b). State and prove Sylvester Law of Nullity.

~~सिल्वेस्ट~~ शून्यता के सिल्वेस्टर नियम का कथन दीजिए तथा सिद्ध कीजिए

2. (a). Let T be the linear operator on R^3 defined by $T(x, y, z) = (2x, 4x-y, 2x+3y-z)$ then show that T is Invertible.

माना T रैखिक संकारक है जो R^3 पर निम्न प्रकार परिभाषित है,

$T(x, y, z) = (2x, 4x-y, 2x+3y-z)$

तब सिद्ध कीजिए कि T व्युत्क्रमणीय है।

(b) Show that the mapping $t: V_3(R) \to V_2(R)$ where $t(a,b,c) = (c, a+b)$ is a linear mapping.
सिद्ध कीजिए कि प्रतिचित्रण $t: V_3(R) \to V_2(R)$ जहाँ $t(a,b,c) = (c, a+b)$ एक रैखिक प्रतिचित्रण है।

Unit II

3. (a) Find the matrix of a linear transformation t on R^3 with respect to the basis B defined as :
निम्न आधार से संबंधित R^3 पर रैखिक रूपान्तरण t के लिए आव्यूह की गणना कीजिए : 10

$$t(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3,\ -x_1 - x_2 - 4x_3,\ 2x_1 - x_3)$$

$B = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, where (जहाँ) $\alpha_1 = (1,1,1)$, $\alpha_2 = (0,1,1)$, $\alpha_3 = (1,0,1)$.

(b) A linear transformation $t: V \to V$ is invertible if and only if matrix of t relative to some basis B of V is invertible.
रैखिक रूपान्तरण $t: V \to V$ व्युत्क्रमणीय होता है यदि और केवल यदि V के आधार B से सम्बन्धित आव्यूह t भी व्युत्क्रमणीय है।

4. (a) The relation of similarity is an equivalence relation in the set of all $n \times n$ matrices over field F.
सभी $n \times n$ क्रम की मैट्रिक्स का समुच्चय जो क्षेत्र F पर परिभाषित

है, इसमें समरूपता का संबंध एक तुल्यता संबंध हो

(b) If the matrix of the linear transformation t on $V_2(R)$ relative to standard basis of $V_2(R)$ is $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ +1 & 1 \end{bmatrix}$ then what will be matrix of t relative to the basis $B = \{(1,1), (1,-1)\}$?

यदि $V_2(R)$ के मानक आधार के सापेक्ष t की मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 2 & - \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ हो तो आधार $B = \{(1,1), (1,-1)\}$ के सापेक्ष क्या होगी?

Unit III

10

5. (a) If V is an n dimensional vector space over a field F and $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ is a basis of V, then for any set of n scalars $d_1, d_2, \ldots, d_n \in F$ there exists a unique linear functional f in V^* such that $f(b_i) = d_i$, for $i = 1, 2, \ldots, n$

यदि V, क्षेत्र F पर n विमीय सदिश समष्टि है तथा $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$, V का आधार है, तब किन्हीं n अदिशों के समुच्चय $d_1, d_2, \ldots, d_n \in F$ के लिए अद्वितीय रैखिक फलनक $f \in V^*$ विद्यमान है कि $f(b_i) = d_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$

(b) Let dim $V(F) = n$ and if $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$, $B^* = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ are the basis and dual basis sets respectively of V, then:

माना $\dim V(F) = n$ तथा यदि $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$, $B^* = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ V के क्रमशः आधार तथा द्वैती आधार हो, तो:

$x_1 b_1 + x_2 b_2 + \cdots + x_n b_n = I_V$

6.(a) If W is any subspace of a vector space V(F), then A(W) is a subspace of V^*.
यदि W, सदिश समष्टि V(F) की कोई उपसमष्टि हो, तो A(W), V^* की उपसमष्टि होती है।

(b) If W is a subspace of a vector space V(F) then:
यदि W, सदिश समष्टि V(F) की एक उपसमष्टि हो, तो

$$W^* = \frac{V^*}{A(W)}$$

Unit IV

10

7.(a) If $u = (a_1, a_2)$, $v = (b_1, b_2) \in R^2$, then the function $h: R^2 \times R^2 \to R$ defined by $h(u, v) = a_1 b_2 - a_2 b_1$, is a bilinear form on $R^2 \times R^2$.
यदि $u = (a_1, a_2)$, $v = (b_1, b_2) \in R^2$, तब फलन $h: R^2 \times R^2 \to R$ जो कि निम्न प्रकार परिभाषित है $h(u, v) = a_1 b_2 - a_2 b_1$, एक $R^2 \times R^2$ पर द्विरेखीय रूप है।

(b) Let h be the bilinear form on R^2 defined by:

(माना h R^2 पर परिभाषित द्विरैखीय रूप है जो निम्न प्रकार परिभाषित है :)

$$h\{(x_1, x_2), (y_1, y_2)\} = 2x_1y_2 - 3x_1y_2 + x_2y_2$$

Find the matrix of h for ~~each of the~~ following basis

निम्न आधार के लिए h का आव्यूह ज्ञात कीजिए

$B = \{b_1 = (1,0),\ b_2 = (1,1)\}$.

8. (a) If the field F of characteristic $\neq 2$, then every symmetric bilinear form on V(F) is uniquely determined by the corresponding quadratic form.

यदि क्षेत्र F की अभिलाक्षणिकता $\neq 2$, तब V(F) पर प्रत्येक सममित द्विरैखीय रूप उससे सम्बन्धित द्विघात रूप द्वारा विशिष्ट रूप से निर्धारित होता है।

(b) Find the symmetric matrix associated with ~~each of the~~ following quadratic form over the field Q of rational numbers

निम्न द्विघात रूप से संगत सममित आव्यूह ज्ञात कीजिए जो परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q पर परिभाषित है;

$$x^2 - 2yz + xz$$

—x—

B.Sc. (Mathematics) Sixth Semester
ASSIGNMENT
SECOND PAPER
Number Theory

Attempt one question from each unit

Unit I

Q.1(a) If a, b and c are positive integers with:
(i) a divides c and b divides c then prove that ab divides c.
(ii) a divides bc then prove that a divides c.
यदि a, b, c धनात्मक पूर्णांक हैं और
(i) a, c को विभाजित करता है और b, c को विभाजित करता है तो सिद्ध कीजिए कि ab, c को विभाजित करता है।
(ii) यदि a, bc को विभाजित करता है तो सिद्ध कीजिए कि a, c को विभाजित करता है।

(b) Find the gcd of 462 and 1071 and express it in the form $462x + 1071y$.
462 और 1071 का महत्तम समापवर्तक (gcd) ज्ञात कीजिए और इसे $462x + 1071y$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

Q.2 (a) For any integer $n > 1$, prove that $\tau(n)$ is odd if and only if n is perfect square.
किसी भी पूर्णांक n के लिए सिद्ध करें कि $\tau(n)$ (गुणनखंडों की संख्या) विषम तभी होगी जब n एक पूर्ण वर्ग हो।

(b) Evaluate $\left(\frac{59}{131}\right)$
$\left(\frac{59}{131}\right)$ मान ज्ञात कीजिए।

Unit II

Q.3 (a) In how many distinct ways can a person climb a staircase of 10 steps if they can take either 1 or 2 steps at a time? Also explain how these numbers relate to the Fibonacci Sequence.
यदि कोई व्यक्ति एक बार में 1 या 2 सीढ़ी चढ़ सकता है, तो वह 10 सीढ़ियों की सीढ़ी कितने विभिन्न तरीकों से चढ़ सकता है? यह भी स्पष्ट कीजिए कि यह संख्या फिबोनाच्ची अनुक्रम से किस प्रकार जुड़ी है।

(b) Employing the Sieve of Eratosthenes,obtain all the primes between 100 and 200.
इराटोस्थनीज़ की छलनी का उपयोग करके, 100 और 200 के बीच की सभी अभाज्य संख्याएँ प्राप्त करें।

Q.4(a) If a,b and c are integers such that $ac \equiv bc \pmod{m}, m > 0$ is a fixed integer and d=(c,m) then prove that $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$

यदि a,b और c पूर्णांक हैं जिससे $ac \equiv bc \pmod{m}, m > 0$ एक निश्चित पूर्णांक है और d=(c,m) है, तो सिद्ध करें कि $a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$

(b) If p_r is the r^{th} prime number, then show that $p_r \leq 2^{2^{r-1}}$

यदि p_r, r वीं अभाज्य संख्या है तो दिखाइए कि $p_r \leq 2^{2^{r-1}}$

Unit III

Q.5 (a) Solve the linear congruence $12x \equiv 44 (mod 59)$.

रैखिक सर्वांगसमता $12x \equiv 44 (mod 59)$ को हल कीजिए।

(b) Find all integer solutions of $2x + 3y + 7z = 5$.

$2x + 3y + 7z = 5$ के सभी पूर्णांक हल ज्ञात कीजिए।

Q.6(a) Solve the system of linear congruence.

$x \equiv 2 \pmod 3$

$x \equiv 3 \pmod 5$

$x \equiv 2 \pmod 7$

रैखिक सर्वांगसमता की प्रणाली को हल करें

$x \equiv 2 \pmod 3$

$x \equiv 3 \pmod 5$

$x \equiv 2 \pmod 7$

(b) Prove that for any integer $k, x = x_0 + \frac{b}{d}k, y = y_0 - \frac{a}{d}k$ gives all solutions, where $d = gcd(a, b)$.

सिद्ध कीजिए कि किसी भी पूर्णांक k के लिए $x = x_0 + \frac{b}{d}k, y = y_0 - \frac{a}{d}k$ सभी हल प्रदान करता है, जहाँ $d = gcd(a, b)$ है।

Unit IV

Q.7(a) State and prove Quadratic Reciprocity Law.

द्विघात पारस्परिकता नियम का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(b) Find all quadratic residue of 13.

13 के सभी द्विघात अवशेष को ज्ञात कीजिए।

Q.8(a) State and prove Wilson's Theorem.

विल्सन प्रमेय का कथन लिखिए एवं इसे सिद्ध कीजिए।

(b) Factorize 10441 by Mersenne's result

मर्सने के परिणाम द्वारा 10441 का गुणनखंडन करें।

B.Sc. (Hons.) Sixth Semester Examination-2026

Assignment

MATHEMATICS

THIRD PAPER

Mechanics

Attempt one question from each unit

Unit I

1(a) The inclinations of the tangents at the extremities of a portion of a common catenary be α and β and l be length of the portion. If the two extremities are on one side of the catenary, show that, the height of one above the other is:

$$l\frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

एक साधारण कैटनरी के l लम्बाई के एक भाग के सिरों पर स्पर्श रेखाओं के क्षैतिज से झुकाव α तथा β है। यदि दोनों सिरे कैटनरी के शीर्ष के एक ही ओर हो, तो सिद्ध कीजिए कि एक सिरे की दूसरे सिरे से ऊँचाई है:

$$l\frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

(b) A uniform measuring chain of length l is tightly stretched over a river, the middle point just touching the surface of the water, while each of the extremities has an elevation k above the surface. Show that the difference between the length of the measuring chain and the breadth of the river is nearly $\frac{8}{3}\frac{k^2}{l}$.

l लम्बाई की एक समान जंजीर एक नदी के किनारों पर k ऊँचाई के खम्भों पर खींच कर इस प्रकार बांधा हुआ है कि इसके मध्य भाग का निचला बिन्दु नदी के जल स्तर को ठीक स्पर्श करता है। प्रदर्शित कीजिए कि जंजीर की लम्बाई तथा नदी की चौड़ाई का अंतर लगभग $\frac{8}{3}\frac{k^2}{l}$ है।

2 (a) A sphere of given weight W, rests between two smooth planes, one vertical and other inclined at an Angle α to the vertical. Find the reactions of the planes on the sphere.

W भार का एक गोला दो चिकने समतलों के बीच में रखा हुआ है। एक समतल ऊर्ध्वाधर में है और दूसरा α कोण बनाता है। गोले पर समतलों की प्रतिक्रियाएँ ज्ञात कीजिए।

(b) Prove that a system of coplanar forces acting upon a rigid body will be in equilibrium, if the algebraic sum of the moments of forces about each of three non-collinear points in their plane is zero.

सिद्ध कीजिए कि किसी दृढ़ पिण्ड पर क्रियाशील एक समतलीय बल निकाय साम्यावस्था में होगा, यदि उनके समतल में स्थित तीन असमरेखीय बिन्दुओं के प्रत्येक के सापेक्ष बलों का आघूर्णों का बीजीय योग शून्य हो।

Unit II

3. (a) A ladder whose C.G. divides it into two portions of length a and b, rest with one end on a rough horizontal floor and the other end against the rough vertical wall. If the coefficient of friction at the floor and the wall be μ and μ'respectively, show that the inclination of the ladder to the floor, when equilibirium is limiting is $tan^{-1}\left\{\frac{a-b\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$.

एक सीढ़ी का गुरुत्व केंद्र उसे दो भागों a और b, में बांटता है। सीढ़ी का एक सिरा एक रुक्ष क्षैतिज फर्श पर और दूसरा रुक्ष ऊर्ध्वाधर दीवार पर टिका है। यदि फर्श और दीवार के घर्षण गुणांक क्रमशः μ और μ' हो तो प्रदर्शित कीजिए कि सीमांत संतुलन में सीढ़ी का फर्श से झुकाव होगा $tan^{-1}\left\{\frac{a-b\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$.

(a) A uniform ladder of length l and weight W, rests with its foot on the rough ground, and its upper end against a smooth wall, inclination to the vertical being α, A force P is applied horizontally to the ladder at a point distance C from the foot so as to make the foot approach the wall. Prove that P must exceed $\frac{lW}{l-C}\left(\mu+\frac{1}{2}\tan\alpha\right)$, where μ is the force of friction between plane and ladder.

एक समांग सीढ़ी की लम्बाई l तथा भार W है। सीढ़ी का एक सिरा रूक्ष क्षैतिज समतल पर है और दूसरा एक चिकनी दीवार के सहारे स्थित है। सीढ़ी उर्ध्वाधर से α कोण बनाती है। सीढ़ी की जड़ से C दूरी पर एक क्षैतिज बल P लगाकर सीढ़ी को दीवार की ओर खींचा जाता है। सिद्ध कीजिए कि P का मान $\frac{lW}{l-C}\left(\mu+\frac{1}{2}\tan\alpha\right)$ से अधिक होना चाहिए, जहाँ समतल और सीढ़ी के बीच घर्ष ण गुणांक μ है।

4 (a) Five weightless rods of equal lengths are jointed together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system is suspended from A, show that there is a thrust in BD equal to $W/\sqrt{3}$.
समान लम्बाई के पाँच भारहीन छड़ परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज $ABCD$ बने। यदि C पर एक भार W बाँध दिया जाए और निकार को A से लटकाया जाए, तो सिद्ध कीजिए कि BD में प्रणोद $W/\sqrt{3}$ के तुल्य है।

(b) A regular hexagon is composed of six equal heavy rods freely jointed together, and two opposite angles are connected by a string which is horizontal, one rod being in contact with a horizontal plane, at the middle points of the opposite rod is placed a weight w_1. If w is the weight of each rod, show that the tension of a string is $(3w + w_1)/\sqrt{3}$.
छः समान भारी स्वच्छन्दता पूर्वक परस्पर जुड़ी हुई छडो द्वारा एक षंड्भुज बनाया जाता है और दो विपरीत कोणों के डोरी द्वारा जोड़ा जाता है, जो क्षैतिज है। एक छड़ को क्षैतिज समतल के सम्पर्क में रखा जाता है और विपरीत का बन्दु पर एक भार w_1 रखा जाता है। यदि w प्रत्येक छड़ का भार हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव $(3w + w_1)/\sqrt{3}$ है।

Unit III

5 (a) A particle describes the following curves under a force P to the pole find the law force
$(a/r) = e^{n\theta}, n\theta, \cos hn\theta$ or $\sin hn\theta$
ध्रुव बिन्दु की ओर बल P के अधीन एक कण $(a/r) = e^{n\theta}\ n\theta, \cos hn\theta$ या $\sin hn\theta$ निर्मित करता है तो बल का नियम ज्ञात कीजिए।
(b) Prove analytically that when the central acceleration varies as some integral power of the distance, there are at the most two aspidal distance.
विश्लेषिक विधि से सिद्ध करो कि जब केन्द्रीय त्वरण दूरी की कोई पूर्णांकीय घात के समानुपाती हो तब अधिकतम दो स्तब्धिका दूरियाँ होती है।

6 (a) A particle describes an ellipse under a force $\mu/(distance)^2$ towards the focus; if it was projected with velocity V from a point distance r from the centre of force, show that its periodic time is

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}\left[\frac{2}{r}-\frac{V^2}{\mu}\right]^{-3/2}$$

एक कण एक बल, जो कि $\mu/(\text{दूरी})^2$ है और नाभि की ओर है, के अधीन एक दीर्घवृत का निर्माण करता है। यदि इसे एक बिन्दु से, जिसकी दूरी बल केन्द्र से r है, V वेग से प्रक्षिप्त किया गया हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसका आवर्तकाल होगाः

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}\left[\frac{2}{r}-\frac{V^2}{\mu}\right]^{-3/2}$$

(b) A planet describes an ellipse about the sun as focus. Prove that its velocity at the end of the minor axis is geometric mean between its velocities at the ends of any diameter.

एक ग्रह नाभिका में स्थित सूर्य के प्रति एक दीर्घवृत बनाता है। सिद्ध करो कि लघु अक्ष के एक सिरे पर इसका वेग किसी भी व्यास के सिरों पर के वेग का ज्यामितीय माध्य होगा।

Unit IV

7 (a) Find loss of kinetic energy by direct impact of two smooth elastic spheres.
दो चिकने प्रत्यास्थ गोलों के सीधे संघट्ट से गतिज ऊर्जा का ह्रास ज्ञात कीजिए।

(b) A ball A of mass m_1 impinges directly on another ball B of mass m_2 which is at rest. After the impact, B impinges directly on the third ball C of mass m_3 which is also at rest. If the velocity of the ball A before be u and the velocity imparted to C be v and if e be the coefficient of restitution, show that:

$$(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)v = m_1 m_2 (1 + e)^2 u$$

m_1 संहति की एक गेंद A, m_2 संहति की दूसरी गेंद B से सीधी टकराती है जो विरामावस्था में है। संघट्ट के पश्चात् गेंद B एक m_3 संहति की तीसरी गेंद C से सीधी टकराती है जो कि विरामावस्था में है। यदि गेंद A का संघट्ट से पूर्व वेग u तथा गेंद C का संघट्ट के पश्चातृ वेग v हो तथा e प्रत्यास्थता गुणांक.हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(m_1 + m_2)(m_2 + m_3)v = m_1 m_2 (1 + e)^2 u$$

8 (a)A ball impinges on another ball of equal mass at rest. If both balls are smooth and perfectly elastic, then prove that they move at right angles after impact. What will happen in case of direct impact?
एक गोला बराबर संहति वाले एक अन्य स्थिर गोले के तिर्यक टक्कर मारता है। यदि दोनों गोले चिकने तथा पूर्ण प्रत्यास्थ हो, तो सिद्ध करो कि टक्कर के पश्चात् वे एक दूसरे के समकोण दिशाओं में चलेंगे। बताओं सीधी टक्कर की अवस्था में क्या होगा।

(a) A ball moving with a velocity 8 ft, per second impinges at an angle of 30° on a smooth plane, find the velocity and direction of motion after impact, the coefficient of restitution being $\frac{1}{2}$.
30° का कोण बनाते हुए, 8 फीट प्रति सैकण्ड के वेग से एक गेंद किसी चिकने क्षैतिज तल से टकराती है। यदि प्रत्यास्थता गुणांक $\frac{1}{2}$ हो, तो संघट्ट के पश्चात् इसका वेग तथा गति की दिशा ज्ञात करो।

*****