B.A. / B.Sc. Second Semester

(Assignment)

MATHEMATICS

First PAPER

Integral Calculus

Attempt any two questions.

Q.1 a) Find the asymptotes of the following curve
निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

$$(x^2 - y^2)^2 - 4y^2 + y = 0$$

b) Determine the existence and nature of the double point on the curve $(x-2)^2 = y(y-1)^2$.
वक्र $(x-2)^2 = y(y-1)^2$ पर द्विक बिन्दुओं की विद्यमता एवं उनकी प्रकृति का निर्धारण कीजिए।

Q.2 (a) Find the asymptotes of the curve $r\sin\theta = a$
वक्र $r\sin\theta = a$ की अन्नतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

(b) Trace the curve $x^3 + y^3 = a^2x$.
वक्र $x^3 + y^3 = a^2x$ का अनुरेखण कीजिये।

Q.3 a) Prove that सिद्ध कीजिए कि

$$\beta(m,n) = \int_0^\infty \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}}\,dx$$

b) Evaluate मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{(1+x^2)}} \frac{dx\,dy}{1+x^2+y^2}$$

Q.4 (a) Prove that सिद्ध कीजिए कि

$$\int_b^a (x-a)^{m-1}(b-x)^{n-1}dx = (b-a)^{m+n-1}\beta(m,n)$$

(b) Evaluate मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{a\cos\theta} r\sin\theta\, d\theta\, dr$$

Q.5 a) Evaluate the following integral by changing to polar co-ordinates.
निम्नलिखित समाकल का ध्रुवीय निर्देशांकों में बदलकर मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^a \int_y^a \frac{x\,dy\,dx}{x^2+y^2}$$

b) Evaluate मान ज्ञात कीजिये

$$\int_0^4 \int_0^{2\sqrt{z}} \int_0^{\sqrt{(yz-x^2)}} dz\,dx\,dy$$

Q.6 (a) Evaluate the following integral by changing the order of integration.
निम्नलिखित समाकल में समाकलन का क्रम बदलकर मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}\, dx\, dy$$

(b) Evaluate $\iiint x^{l-1}\, y^{m-1} z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$

where $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ and $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$

मान ज्ञात कीजिए $\iiint x^{l-1}\, y^{m-1} z^{n-1}\, dx\, dy\, dz$

जहां $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ तथा $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$

Q.7 (a) Prove that the area of loop of the curve $x = a(1-t^2), y = at(1-t^2);\ -1 \leq t \leq 1$ is $8a^2/_{15}$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = a(1-t^2), y = at(1-t^2);\ -1 \leq t \leq 1$ के लूप का क्षेत्रफल $8a^2/_{15}$होता है

b) Find the volume of the solid generated by the revolution of tractrix

$x = a\cos t + \frac{a}{2}\log tan^2\frac{t}{2},\ \ y = a\sin t$ about its asymptote.

ट्रेक्ट्रिक्स $x = a\cos t + \frac{a}{2}\log tan^2\frac{t}{2},\ \ y = a\sin t$ का अपने अनन्तस्पर्शी के सापेक्ष परिक्रमण से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Q.8(a) Find the length of the arc of the curve $y = \log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ from $x = 1$ to $x = 2$.

वक्र $y = \log\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ की $x = 1$ से $x = 2$ तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

b) Evaluate the surface area of the solid generated by revolving the cycloid
$x = a(\theta - \sin\theta),\ y = a(1-\cos\theta)$ about the x –axis.
चक्रज $x = a(\theta - \sin\theta), y = a(1-\cos\theta)$ को x –अक्ष के सापेक्ष घुमाने से जनित ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

B.A./B.Sc.(Pass/Subsidiary/Hons.) Second Semester

Assignment

(Faculty of Science)
MATHEMATICS
PAPER-II
Abstract Algebra

1. If a and b are any two elements of a group $(G,*)$ then show that the equation $a \quad x = b$ and $y \quad a = b$ have unique solution in G.

यदि a और b किसी समूह $(G, \ )$ के कोई दो अवयव हैं तो दर्शाइए कि समीकरण $a \quad x = b$ और $y \quad a = b$ के अद्वितीय हल है।

2.(a) Find $\sigma^{-1}\rho\sigma$, when
$\sigma^{-1}\rho\sigma$ ज्ञात कीजिए

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

And $\sigma = (1\ 3\ 4)\ (5\ 6)\ (2\ 7\ 8\ 9)$

Also express the permutations ρ as a product of disjoint cycles. Find whether ρ is even or odd permutation and give its order.

तथा क्रमचय को असंयुक्त चक्रों के गुणनफल के रूप में भी व्यक्त करें। ज्ञात कीजिए कि ρ सम है या विषम क्रमचय और कोटि भी बताइये

(b) If H and K are any two subgroups of a group G then prove that HK is a subgroup of G iff HK=KH.

यदि H और K समूह G के कोई दो उपसमूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि HK, G का एक उपसमूह है यदि और केवल यदि HK=KH.

3.(a) State and prove Lagrange's theorem.

लैग्रेंज के प्रमेय का कथन दीजिये तथा सिद्ध कीजिये

(b) Prove that any two right (left) cosets of a subgroup of a group are either identical or disjoint.

सिद्ध करें कि एक समूह के उपसमूह के कोई भी दो दाएं (बाएं) सह समुच्चय या तो समान या असंबद्ध हैं।

4. (a) If H and K are two normal subgroups of G then prove that HK is also a normal subgroup of G.

यदि H और K, G के दो सामान्य उपसमूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि HK भी G का एक सामान्य उपसमूह है।

(b) Find the quotient group G/H when $G =< Z_8 , +_8 >$, $H =< \{0,\ 4\},\ +_8 >$
भागफल समूह G/H ज्ञात कीजिए जब $G =< Z_8 , +_8 >$, $H =< \{0,\ 4\},\ +_8 >$

5(a)Prove that a homomorphism f of a group G into a group G' is a monomorphism iff kernel of $f = \{e\}$,where e is the identity in G.
सिद्ध कीजिए कि समूह G का समूह G' में समाकारिता f एक एकैक समकारिता है यदि और केवल यदि अष्टि f={e}, जहां e G में तत्समक है

(b) Show that the set J of Gaussian Integers $J = \{m + in | m, n \in z\}$ form a ring with respect to ordinary addition and multiplication of complex numbers.
दर्शा` कि गाऊसी पूर्णांकों का समुच्चय $J = \{m + in | m, n \in z\}$ सम्मिश्र संख्याओं का साधारण जोड़ और गुणा के संबंध में एक वलय बनाते हैं ।

6. Prove that every field is an integral domain but the converse is not necessarily true.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णांकिय प्रान्त है लेकिन विलोम आवश्यक रूप से सत्य नहीं है।

7. (a) Prove that the necessary and sufficient conditions for a non – empty subset K of a field F to be a subfield are
सिद्ध कीजिए कि एक क्षेत्र F के एक अरिक्त उपसमुच्चय K के उपक्षेत्र होने के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्तें हैं

(i) $a \in K,\ b \in K \implies a - b \in K$
(ii) $a \in K, 0 \neq b \in K \implies ab^{-1} \in K$

(b) Prove that the intersection of two subrings is also a subring.
सिद्ध कीजिए कि दो उपवलय का प्रतिच्छेदन भी एक उपवलय होता है।

8, Prove that $S = \left\{a + 2^{1/3} b + 4^{1/3} c | a, b, c \in Q\right\}$is a subfield of R.
सिद्ध कीजिए कि $S = \left\{a + 2^{1/3} b + 4^{1/3} c | a, b, c \in Q\right\}$,R का एक उपक्षेत्र है।

*****

B.A./B.Sc.(Pass/Subsidiary)Fourth Semester
(Assignment)
MATHEMATICS
FIRST PAPER
Advanced Analysis and Metric Space

Attempt any two Questions.

Q.1 (a) Show that the sequence $\{f_n\}$,where $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall\, x \in [a,b]$ is not uniformly convergent on any interval [a,b] containing 0.

प्रदर्शित कीजिए कि अनुक्रम $\{f_n\}$ जहां $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall\, x \in [a,b]$ 0 को समाहित करने वाले किसी भी अन्तराल $[a,b]$ पर एकसमान अभिसारित नही होता है।

(b) Test for uniform convergence of the series.

निम्न श्रेणी के एकसमान अभिसरण के लिए परीक्षण कीजिए।

$$\sum \frac{x}{(n+x^2)^2}$$

Q.2 (a) Prove that the sequence $\{f_n\}$ where $f_n(x) = x^{n-1}(1-x)$ converges uniformly in the interval [0,1]

सिद्ध कीजिये कि अनुक्रम $\{f_n\}$ जहां $f_n(x) = x^{n-1}(1-x)$, अन्तराल [0,1] में एकसमान अभिसारिता होता है।

(b) Test the series $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{(n+x^2)}$ for uniform convergence for all values of x.

x के सभी मानों के लिए श्रेणी $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{(n+x^2)}$ के एकसमान अभिसरण का परीक्षण कीजिये।

Q.3(a) Show that the following mapping is pseudo metric but not a metric.

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न प्रतिचित्रण एक छद्‌म – दूरीक है परन्तु दूरीक नहीं है :

$d: R \times R \to R$ s.t. ताकि $d(x,y) = |x^2 - y^2|$.

(b) Let A and B be subsets of a metric space (x,d) then show that

माना कि A तथा B दूरीक समष्ठि (x,d) के उपसमुच्चय है तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Q.4 (a) Prove that in a metric space every open sphere is an open set.

सिद्ध कीजिए कि किसी भी दूरीक समष्ठि में , प्रत्येक विवृत गोलक एक विवृत समुच्चय होता है।

(b) In a metric space , prove that every derived set is a closed set.

किसी भी दूरीक समष्टि में सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक व्युत्पन्न समुच्चय एक संवृत समुच्चय होता है।

Q.5. (a) Let (S,d^*) is a subspace in a metric space (X,d). If $B \subset S$ is open (closed) in X, then show that B is also open (closed) in S.

माना कि (S,d^*) दूरीक समष्टि (X,d) की उपसमष्टि है। यदि $B \subset S$, X में विवृत (संवृत) है तो प्रदर्शित कीजिए कि B, S में भी विवृत (संवृत) होगा।

(b) Let (X,d_1) and (Y,d_2) be metric spaces. Show that $f: X \to Y$ is continuous iff

माना कि (X,d_1) तथा (Y,d_2) दो दूरीक समष्टि है। प्रदर्शित कीजिए कि $f: X \to Y$ संतत होगा यदि और केवल यदि

$$f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)} \quad \forall \quad A \subseteq X.$$

Q.6. (a) In a metric space, prove that every convergent sequence is a Cauchy sequence.

किसी दूरीक समष्टि में , सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम एक कौशी अनुक्रम होता है।

(b) Prove that the product space is a metric space.
सिद्ध कीजिए कि गुणन समष्टि एक दूरीक समष्टि होती है।

Q.7 (a) Prove that every closed subset of a compact metric space is compact.
सिद्ध कीजिये कि संहत दूरीक समष्टि का प्रत्येक संवृत उपसमुच्चय संहत होता है।

(b) Let X be an infinite set with the discrete metric d, then show that (X,d) is not compact.
माना कि X विविक्त दूरीक d का एक अनन्त समुच्चय है , तब प्रदर्शित कीजिए कि (X,d) संहत नहीं है।

Q.8 (a) Prove that the union of two connected sets, having non – empty intersection is connected.
सिद्ध कीजिए कि अरिक्त सर्वनिष्ट वाले दो सम्बद्ध समुच्चयों का संघ सम्बद्ध होता है।

(b) Discuss the connectedness of the following subset of R^2.
R^2 के निम्न उपसमुच्चय की सम्बद्धता की जाँच कीजिए :

$$D = \{(x, y): x \neq 0 \quad and \quad y = sin\,(1/x)\}$$

B.A. / B.Sc.(Pass/Subsidiary) Fourth Semester
(Assignment)
MATHEMATICS
SECOND PAPER
Differential Equations-II

Attempt any two Questions.

Q.1. Solve (हल कीजिए):– $\frac{d^2y}{dx^2}+(1-\cot x)\frac{dy}{dx}-y\cot x = sin^2x$

Q.2. Solve by the method of variation of parameters
प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a^2y = cosec\ ax$$

Q.3. Solve the differential equation
अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $y(1-\log y)\frac{d^2y}{dx^2}+(1+\log y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

Q.4 Find the complete integral of the following equation by Charpit's method
निम्नलिखित समीकरण से चार्पी विधि से पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिये।

$$2(z+xp+yq) = yp^2$$

Q.5. Solve the partial differential equation
आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिये।

(a) $r-2\,s\;+t = \sin\ (2x+3y)$

(b) $r-4\,s+4t+p-2q = e^{x+y}$

Q.6. Solve: (हल कीजिए) :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (x^2+y^2)^{\frac{n}{2}}$$

Q.7. Solve by Monge's method
मोंग्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$$r = a^2t$$

Q.8. Solve by the method of separation of variable
चरों के पृथक्करण विधि द्वारा हल कीजिये

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{K}\,\frac{\partial z}{\partial t}$$

B.A./B.Sc.(Pass/Subsidiary) Sixth Semester

(Assignment)

MATHEMATICS

FIRST PAPER

Abstract Algebra-II

Attempt any two Questions.

Q.1. (a) Prove that, every homomorphic image of a ring R is isomorphic to some quotient ring (residue class ring) thereof.

सिद्ध कीजिए कि किसी वलय R की प्रत्येक समाकारिक प्रतिबिम्ब उसकी किसी विभाग वलय के तुल्यकारी होती है।

(b) Prove that a commutative ring with unity is a field if it has no proper ideals or if it is simple.

सिद्ध कीजिए कि, एक क्रमविनिमेय तत्सम की वलय एक क्षेत्र होता है यदि इसकी कोई उचित गुणजावली न हो या यह एक सरल वलय हो।

Q.2. (a) Prove that an ideal I of a commutative ring R with unity is maximal iff the quotient ring $R/_{I}$ is a field.

सिद्ध कीजिए कि तत्सम की क्रमविनिमेय वलय R की कोई गुणजावली I एक उच्चिष्ठ गुणजावली है यदि और केवल यदि विभाग वलय $R/_{I}$ एक क्षेत्र है।

(b) Prove that, the ring $(z,+,\cdot)$ of integers is a principal ideal domain.

सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों की वलय $(z,+,\cdot)$ एक मुख्य गुणजावली प्रान्त है।

Q.3. (a) Prove that, every integral domain can be embedded into a field.

सिद्ध कीजिए कि किसी पूर्णांकीय प्रान्त को एक क्षेत्र में अन्तः स्थापित किया जा सकता है।

(b) Prove that, the field $< z_p, +_p, \cdot_p >$ is a prime field for each prime number p.

सिद्ध कीजिए कि क्षेत्र $< z_p, +_p, \cdot_p >$ प्रत्येक अभाज्य सँख्या p के लिए, एक अभाज्य क्षेत्र है।

Q.4. (a) Prove that, the set F^n of all ordered n – tuples of a field F is a vector space over the field

F for the vector addition and scalar multiplication defined as

सिद्ध कीजिए कि किसी क्षेत्र F के अवयवो के n क्रमित तुपलों का समुच्चय F^n, क्षेत्र F पर निम्न परिभाषित सदिश योग व अदिश गुणन के लिए एक सदिश समिष्ट है।

$(a_1, a_2, \dots \dots a_n) + (b_1, b_2, \dots \dots b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots \dots a_n + b_n)$

$\propto (a_1, a_2, \dots \dots a_n) = (\propto a_1, \propto a_2, \dots \dots \propto a_n)$

where (जहाँ) $(a_1, a_2, \dots \dots a_n), (b_1, b_2, \dots \dots b_n) \in F^n \ \propto \in F$

(b) Prove that, the set S of all solutions satisfying the simultaneous equations

$ax + by + cz = 0$ and $dx + ey + fz = 0$, where $a, b, c, d, e, f \in R$ is a subspace of vector space $V = R^3$ over the field R.

सिद्ध कीजिए कि युगपत समीकरणों $ax + by + cz = 0$ तथा $dx + ey + fz = 0$ के समस्त हलों का समुच्चय S, जहाँ $a, b, c, d, e, f \in R$ पर सदिश समष्टि $V = R^3$ का क्षेत्र R पर उपसमष्टि है।

Q.5. (a) Prove that the vectors $v_1 = (1 + i, 2i), v_2 = (1, 1 + i)$ are linearly dependent in the vector

space $V_2(C)$ but are linearly independent in the vector space $V_2(R)$.

सिद्ध कीजिए कि सदिश $v_1 = (1+i, 2i), v_2 = (1, 1+i)$ सदिश समिष्ट $V_2(C)$ में एकघाततः परतन्त्र है परन्तु सदिश समष्टि $V_2(R)$ में एकघाततः स्वतंत्र है।

(b) Prove that, the set of non – zero vectors $\{v_1, v_2 \dots \dots v_n\}$ of a vector space $V(F)$ is linearly dependent iff some $v_k, 2 \leq k \leq n$ is a linear combination of the preceding vectors.
किसी सदिश समिष्ट $V(F)$ के अशून्य सदिशों का समुच्चय $\{v_1, v_2 \dots \dots v_n\}$ एकघाततः आश्रित (परतंत्र) होगा यदि और केवल यदि कोई एक $v_k, 2 \leq k \leq n$ अपने पूर्ववर्ती सदिशों का एकघात संचय हो।

Q.6. (a) If S and T are finite dimensional subspaces of a vector space, then prove that

$$\dim S + \dim T = \dim(S+T) + \dim(S \cap T).$$

यदि S एवं T किसी सदिश समिष्ट की परिमित विमिय उपसमिष्टयाँ हो, तो सिद्ध कीजिए
विमा S + विमा T =विमा $(S+T)$ + विमा $(S \cap T)$

(b) Prove that a vector space $V(F)$ is a direct sum of its two subspaces $U(F)$ and $W(F)$ iff
$V = U + W$ (ii) $U \cap W = \{0\}$
सिद्ध कीजिए कि एक सदिश समिष्ट $V(F)$ अपनी दो उपसमिष्टयों $U(F)$ और $W(F)$ का अनुलोम योगफल होगी यदि और केवल यदि
(i) $v = U + W$ (ii) $U \cap W = \{0\}$

Q.7. (a) If $W(F)$ is any subspace of a vector space $V(F)$, then prove that the set $\frac{V}{W}$ of all co sets $W + v, v \in V$ is a vector space over the field F for the vector addition and scalar multiplication defined as
यदि $W(F)$ सदिश समिष्ट $V(F)$ की उपसमिष्ट है तो सिद्ध कीजिए कि W के V में सहसमुच्चयों $\frac{V}{W} = \{W + v, v \in V\}$ क्षेत्र $(F, +, \cdot)$ पर निम्न सदिश योग तथा अदिश गुणन संक्रिया के लिए सदिश समिष्ट होता है
$(W + v_1) + (W + v_2) = W + (v_1 + v_2) \; \forall \, v_1, v_2 \in V$ and (और) $\propto \cdot (W + v) = W + \propto \cdot v, \propto \in k, v \in V$

(b) Show that the mapping $t: V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ defined by $t(x, y) = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$ is an isomorphism.
सिद्ध कीजिए कि प्रतिचित्रण $t: V_2(R) \rightarrow V_2(R)$ जहाँ $t(x, y) = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$समिष्ट $V_2(R)$ पर एक तुल्यकारिता है।

Q.8. (a) Prove that, the kernel of a linear transformation $t: V \rightarrow V'$ is a subspace of the vector space V.

सिद्ध कीजिए कि रैखिक प्रतिचित्रण $t: V \rightarrow V'$ की अष्टि, सदिश समिष्ट V की उपसमिष्ट होती है।

(a) Prove that $t: R^3 \rightarrow R^3$, defined as $t(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$ is a linear transformation. Also find the rank and nullity of t.
सिद्ध कीजिए कि $t: R^3 \rightarrow R^3$, $t(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$ एक रैखिक रूपान्तरण है तथा t की कोटि एवं शून्यता ज्ञात कीजिए।

B.A./B.Sc.(Pass/Subsidiary) Sixth Semester
(Assignment)
MATHEMATICS
SECOND PAPER
Complex Analysis-II

Attempt any two Questions.

Q.1. (a) Prove that a power series represents an analytic function inside its circle of convergence.
सिद्ध कीजिये कि एक घात श्रेणी अपने अभिसरण वृत के अन्दर प्रत्येक बिन्दु पर विश्लेषिक फलन निरूपित करता है।

(b) Prove that the sequences $\left\{\frac{1}{1+nz}\right\}$ is uniformly convergent to zero in the region $|z| \geq 2$.
सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\left\{\frac{1}{1+nz}\right\}$ क्षेत्र $|z| \geq 2$ में शून्य को एक समान अभिसृत होती है।

Q.2. (a) Find the region of convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{(n+1)^3 4^n}$.
श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+2)^n}{(n+1)^3 4^n}$ का अभिसरण श्रेत्र प्राप्त कीजिये।

b) Show that the function $f(z) = \frac{1}{a} + \frac{z}{a^2} + \frac{z^2}{a^3} + \cdots$ .... can be continued analytically outside the circle of convergence. Also construct a power series which is analytic continuation of given series.

सिद्ध कीजिये कि फलन $f(z) = \frac{1}{a} + \frac{z}{a^2} + \frac{z^2}{a^3} + \cdots$ .... का विश्लेषिक सांतत्य अभिसरण वृत के बाहर किया जा सकता है। एक घात श्रेणी की रचना भी कीजिये जो कि दी हुई श्रेणी का विश्लेषिक सांतत्य है।

Q.3. State and prove Taylor's Theorem for complex functions.
कथन सहित सम्मिश्र फलनों के लिए टेलर प्रमेय को सिद्ध कीजिये।

Q.4. Prove that (सिद्ध कीजिये)

$$sin\left\{c\left(z+\frac{1}{z}\right)\right\} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\,(z^n + z^{-n})$$

where (जहाँ)

$$a_n = \frac{1}{2\prod} \int_0^{2\prod} \sin(2c\,cos\theta)\; cos\,n\theta\; d\theta.$$

Q.5. Evaluate the integral $\frac{1}{2\prod i}\int_c \frac{e^{zt}}{z^2(z^2+2z+2)}\,dz$ around the circle $c: |z| = 3$.
परिरेखा वृत $c: |z| = 3$ पर समाकल $\frac{1}{2\prod i}\int_c \frac{e^{zt}}{z^2(z^2+2z+2)}\,dz$ का मान ज्ञात कीजिये।

Q.6. State and prove Rouche's Theorem.
कथन सहित रूशे प्रमेय को सिद्ध कीजिये।

Q.7. Discuss the transformation $w = z^2$. Find the images of the hyperbolas $x^2 - y^2 = c$ and $xy = d$ under this transformation.
रूपान्तरण $w = z^2$ की विवेचना कीजिये। अतिपरवलयों $x^2 - y^2 = c$ तथा $xy = d$ का इस रूपान्तरण में प्रतिचित्रण ज्ञात कीजिये।

Q.8. By integrating $\frac{e^{iz^2}}{z}$ round a suitable contour, prove that $\int_o^{\infty} \frac{\sin x^2}{x}\,dx = \frac{\prod}{4}$ also deduce that $\int_o^{\infty} \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\prod}{2}$.
फलन $\frac{e^{iz^2}}{z}$ को उपयुक्त परिरेखा पर समाकलन करते हुए सिद्ध कीजिये कि $\int_o^{\infty} \frac{\sin x^2}{x}\,dx = \frac{\prod}{4}$ तथा निगमन भी कीजिये कि $\int_o^{\infty} \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\prod}{2}$.